

BSc HEB – Angewandte Statistik

LE6 Kategorielle Outcomes

Patric Eichelberger & Aglaja Busch & Adrien Cerrito
aF&E Physiotherapie

✉ patric.eichelberger@bfh.ch | aglaja.busch@bfh.ch | adrien.cerrito@bfh.ch
🌐 Moodlekurs Typ I 🌐 Moodlekurs Typ II

14. September 2024



Intro

Vergleich
kategoriemer Daten

Praxis mit R

Intro

Rückblick Häufigkeiten

Qualitative Merkmale werden oft auch als kategorielle Merkmale bezeichnet:

- ▶ **Nominale** Merkmale: Merkmalswerte können nicht (natürlich) geordnet werden.

Beispiel

Geschlecht, Herkunft (Kanton, Land), Studienfach

- ▶ **Ordinale** Merkmale: Merkmalswerte können (natürlich) geordnet werden. Abstände zwischen Merkmalswerten sind irrelevant.

Beispiel

Schmerzen (schwach, mittel, stark), Kleidergrößen (S, M, L)

Rückblick Häufigkeiten (cont.)

Eine gute Darstellungsmöglichkeit für nominale und ordinale Daten sind Häufigkeitstabellen.

Beispiel

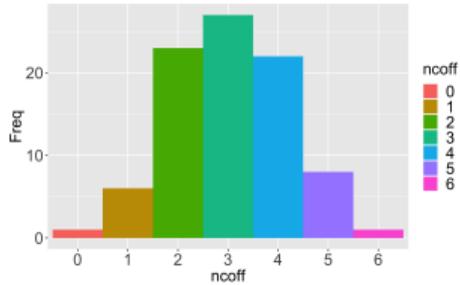
$n = 88$ Personen wurden gefragt, wieviele Kaffees sie pro Tag trinken. In einer Häufigkeitstabelle wird zu jeder Kategorie (hier Anzahl Kaffees pro Tag) j die absolute Häufigkeit h_j (Anzahl Personen, die j Kaffees pro Tag trinken) und/oder die relative Häufigkeit $p_j = h_j/n$ eingetragen.

j	h_j	p_j
0	1	0.01
1	6	0.07
2	23	0.26
3	27	0.31
4	22	0.25
5	8	0.09
6	1	0.01
	88	1

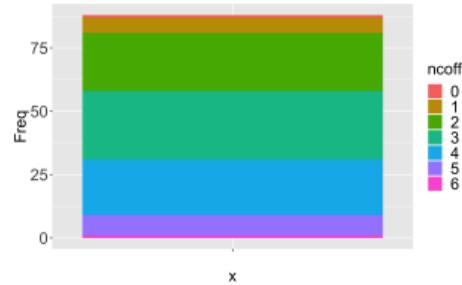
Rückblick Häufigkeiten (cont.)

Eine bessere Darstellungsmöglichkeit als das Kuchendiagramm für nominale oder ordinale Daten ist ein Balkendiagramm.

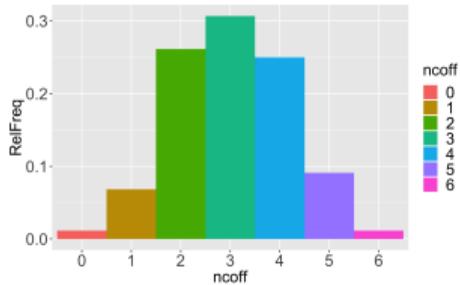
Balken absolute Häufigkeit



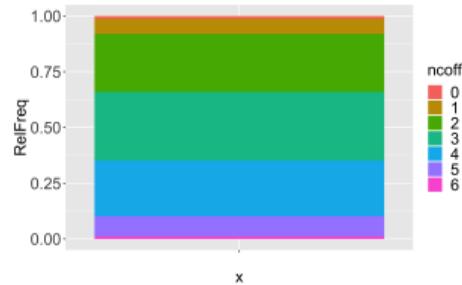
Gestapelt absolute Häufigkeit



Balken relative Häufigkeit



Gestapelt relative Häufigkeit



Lernziele kategorielle Outcomes

- ▶ Die Studierenden berechnen Häufigkeitstabellen mit absoluten und relativen Häufigkeiten als beschreibende Statistiken für kategorielle Daten.
- ▶ Die Studierenden kennen den Begriff der Kontingenztafel und berechnen und interpretieren für den einfachsten Fall (2x2 Kontingenztafel) schliessende Statistiken.
- ▶ Die Studierenden wissen was Chancen und Chancenverhältnisse sind und interpretieren diese als Effektstärken im Zusammenhang mit der statistischen Analyse von kategoriellen Daten.

Intro

Vergleich
kategorieller Daten

Praxis mit R

Intro

Vergleich
kategorieller Daten

Praxis mit R

Vergleich kategorieller Daten

Analyse von Häufigkeiten

Gedankenexperiment: Katzen lernen tanzen unter Belohnung von Essen oder Zuwendung. (siehe Andy Field, Discovering Statistics Using R, chapter 18.4 [A. Field, Miles und Z. Field 2012])

		Training		Total
		Essen	Zuwendung	
Konnten sie tanzen?	Ja	28	48	76
	Nein	10	114	124
Total		38	162	200

- ▶ Analyse anhand der Häufigkeiten von Ereignissen in den Kategorien
- ▶ Einfachster Fall
 - ▶ Beziehung von zwei binären kategoriellen Variablen > 2x2 Kontingenztabelle
 - ▶ Training: [Essen,Zuwendung]; Tanzen: [Ja,Nein]
- ▶ Forschungsfrage
 - ▶ Gibt es eine Beziehung zwischen den beiden Variablen?
 - ▶ Ist die Anzahl tanzender Katzen abhängig von der Trainingsart?

Chi-quadrat Test (χ^2)

Idee

Vergleich der beobachteten Häufigkeiten mit den Häufigkeiten die durch Zufall erwartet werden

	Training		Total
	Essen	Zuwendung	
Ja	28	48	76
Nein	10	114	124
Total	38	162	200

	Essen	Zuwendung	Total
Ja			$76/200 = 0.38$
Nein			$124/200 = 0.62$
Total	$38/200 = 0.19$	$162/200 = 0.81$	1

Relative Häufigkeiten für Zeilen und Spalten

	Essen	Zuwendung	Total
Ja	$0.19 \times 0.38 \times 200 = 14.44$	$0.81 \times 0.38 \times 200 = 61.56$	76
Nein	$0.19 \times 0.62 \times 200 = 23.56$	$0.81 \times 0.62 \times 200 = 100.44$	124
Total	38	162	200

Erwartete Häufigkeiten aus relativen Häufigkeiten in Zeilen und Spalten

Chi-quadrat Test (χ^2) (cont.)

	Training		Total
	Essen	Zuwendung	
Ja	O: 28 / E: 14.44	O: 48 / E: 61.56	O: 76 / E: 76
Nein	O: 10 / E: 23.56	O: 114 / E: 100.44	O: 124 / E: 124
Total	O: 38 / E: 38	O: 162 / E: 162	O: 200 / E: 200

O: observed; E: expected

$$\text{Deviation} = \sum (\text{observed} - \text{expected})^2$$

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \frac{(28 - 14.44)^2}{14.44} + \frac{(48 - 61.5)^2}{61.5} + \frac{(10 - 23.56)^2}{23.56} + \frac{(114 - 100.44)^2}{100.44} \\ &= 12.73 + 2.99 + 7.8 + 1.83 \\ &= 25.35\end{aligned}$$

Effektgrösse bei kategorialen Daten: Odds ratio

	Training		
	Essen	Zuwendung	Total
Ja	28	48	76
Nein	10	114	124
Total	38	162	200

Odds: Chancen

$$\text{odds}_{\text{Tanz-nach-Essen}} = \frac{28}{10} = 2.8$$

$$\text{odds}_{\text{Tanz-nach-Zuneigung}} = \frac{48}{114} = 0.421$$

Odds ratio: Chancenverhältnis

$$\text{oddsratio} = \frac{2.8}{0.421} = 6.65$$

Katzen die mit dem Anreiz Essen trainiert wurden hatten 6.65 mal höhere Chancen Tänzer zu werden als Katzen die mit dem Anreiz Zuwendung trainiert wurden.

Chi-quadrat Test (χ^2) - Jamovi Output

Contingency Tables

		Training		Total
		Essen	Zuneigung	
Tanzen	Observed	28	48	76
	% within column	73.7 %	29.6 %	
Nein	Observed	10	114	124
	% within column	26.3 %	70.4 %	
Total	Observed	38	162	200
	% within column	100.0 %	100.0 %	

χ^2 Tests

	Value	df	p
χ^2	25.356	1	< .00001
N	200		

Comparative Measures

	Value	95% Confidence Intervals	
		Lower	Upper
Odds ratio	6.650	2.997	14.754

- ▶ Der χ^2 -Test fällt signifikant aus. Es gibt also einen Zusammenhang zwischen der Trainingsart und der Anzahl tanzender Katzen.
- ▶ Mit 95% Wahrscheinlichkeit sind die Chancen eine tanzende Katze zu werden zwischen 3.0 und 14.8 mal grösser wenn man mit dem Anreiz Essen trainiert.

Wann benutze ich welchen Test?

Intro

Vergleich
kategoriemer Daten

Praxis mit R

Quantitative Daten

eine Gruppe	grosser Umfang (>100)		Student's t (one sample)	
	kleiner Umfang	normalverteilt	Student's t (one sample)	
		nicht normalverteilt	Wilcoxon Rank (WVR-Test)	
zwei Gruppen	grosse Umfänge (in jeder Gruppe >100)		abhängig	
			unabhängig	
			Student's t (paired)	
			Varianzen gleich: Student's t (unpaired)	
			Varianzen ungleich: Welch's t (unpaired)	
	kleine Umfänge	normalverteilt	abhängig	Student's t (paired)
			unabhängig	Varianzen gleich: Student's t (unpaired)
			Varianzen ungleich: Welch's t (unpaired)	
		nicht normalverteilt	abhängig	
			Wilcoxon-Rank (WVR-Test)	
		unabhängig	Mann-Whitney U (WR-Test)	
mehrere Gruppen	grosse Umfänge (in jeder Gruppe >100)		abhängig	
			unabhängig	
			ANOVA (repeated-measures)	
	kleine Umfänge	normalverteilt	abhängig	ANOVA (repeated-measures)
			unabhängig	ANOVA
			nicht normalverteilt	abhängig
			Friedmann-Test	
		unabhängig	Kruskal-Wallis-Test	

WVR-Test: Wilcoxon-Vorzeichen-Rangsummentest

WR-Test: Wilcoxon-Rangsummentest, Mann-Whitney-U-Test

ANOVA: Varianzanalyse

Kategorielle Daten

kleine Häufigkeiten (<5)			Fisher's Exact Test, Binomial Test
grosse Häufigkeiten	eine Variable		Chi ² -Test
	zwei Variablen	abhängig	McNemar-Test
		unabhängig	Chi ² -Test
	>2 Variablen		Log-Linear Analyse

Intro

Vergleich
kategoriemer Daten

Praxis mit R

Praxis mit R

Katzen tanzen: WS6_Katzen_Tanzen.omv

Ex_Part8_Categorical

Analyses

Contingency Tables

Contingency Tables

Contingency Tables

Tests

- χ^2
- χ^2 continuity correction
- Likelihood ratio
- Fisher's exact test

Nominal

- Contingency coefficient
- Phi and Cramer's V

Counts

- Observed counts
- Expected counts

Comparative Measures (2x2 only)

- Log odds ratio
- Odds ratio
- Relative risk
- Confidence intervals

Ordinal

- Gamma
- Kendall's tau-b

Percentages

- Row
- Column
- Total

χ^2 Tests

	Value	df	p
χ^2	25.356	1	<.00001
N	200		

Comparative Measures

Value	95% Confidence Intervals	
	Lower	Upper
Odds ratio	6.650	14.794

References

- [1] The jamovi project (2019). jamovi. (Version 1.1) [Computer Software]. Retrieved from <https://www.jamovi.org>.
- [2] R Core Team (2018). R: A Language and environment for statistical computing. [Computer software]. Retrieved from <https://cran.r-project.org/>.

Intro

Vergleich
kategoriemer Daten

Praxis mit R